Grundlagen der Mathematik
Sommersemester 2026

Prof. Dr. Thomas Thierauf
Fak. Elektronik und Informatik

Zusätzliche Übungsaufgaben - Blatt 5

---

1. Erweitern Sie die Relation $R = \{(1,2),\ (3,2),\ (5,6)\}$ auf der Menge $[6]$ mit möglichst wenigen weiteren Paaren zu einer Äquivalenzrelation

2. Geben Sie je ein Beispiel für eine Relation mit folgenden Eigenschaften an:

a) (S) und nicht (AS)

b) nicht (S) und (AS)

c) (S) und (AS)

d) nicht (S) und nicht (AS)

3. Wir definieren eine Relation $\preceq$ auf 0-1-Tupeln der Länge n: für $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n) \in \{0,1\}^n$ gilt $\boldsymbol{a} \preceq \boldsymbol{b}$, falls $a_i \leq b_i$, für $i = 1, 2, \ldots, n$.

a) Zeigen Sie, dass $\preceq$ eine Halbordnung auf $\{0,1\}^n$ ist, aber keine Ordnung.

b) Zeichnen Sie das Hasse-Diagramm von $\preceq$ auf $\{0,1\}^3$.

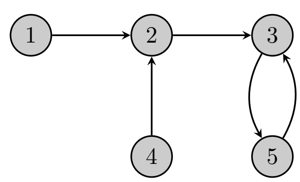
4. Um Wörter der Größe nach anzuordnen legt man zunächst eine Ordnung auf den Buchstaben fest: a < b < c < $\cdots$ < x < y < z. Dann erweitert man diese zur *lexikographischen Ordnung* auf Wörtern. Z.B. Telefonbücher oder Lexika sind so sortiert.

Geben Sie die Definition der lexikographische Ordnung an. D.h. geben Sie für zwei Wörter $x = x_1 x_2 \cdots x_n$ und $y = y_1 y_2 \cdots y_m$ (mit evtl. unterschiedlicher Länge) an, wann $x \leq y$ gilt.

Zeigen Sie, dass die lexikographische Ordnung eine Ordnung ist.

5. Gegeben ist folgender Graph $G = (V, E)$ mit $V = [5]$.

G



a) Ist E^* eine Äquivalenzrelation?

b) Ist E^* eine Ordnungsrelation?

c) Ist E eine Funktion?

d) Ist E^{-1} eine Funktion?