

Zusätzliche Übungsaufgaben - Blatt 2

1. Verschlüsseln Sie die Nachricht $m = 101011$ in den Geheimtext c mit dem Schlüssel $k = 110010$ gemäß dem one-time-pad Verfahren.

2. Zählen Sie die Elemente folgender Mengen über den natürlichen Zahlen \mathbb{N} auf:

- a) $[5]$ c) $\{2n \mid n \leq 5\}$ e) $\{n^2 \mid n^3 \leq 100\}$
b) $\{2^n \mid n \leq 5\}$ d) $\{2n + 1 \mid n \leq 5\}$ f) $\{4n + m \mid n + m \leq 3\}$

3. Sei $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d, e\}$, $C = \{a, b, e\}$. Geben Sie folgende Mengen an:

- a) $A \cup B$ c) $(A \cup B) \Delta (B \cap C)$ e) $(A \cap B) \cup C$
b) $B \cap C$ d) $A \Delta B \Delta C$ f) $(A \Delta C) - ((A \cap B) \cup C)$

4. Geben Sie die folgenden Mengen als Aufzählung ihrer Elemente an. Sei $A = \{0, 2, 4\}$ und $B = \{0, 1, 2\}$.

- a) $\mathcal{P}(A)$ b) $\mathcal{P}(B)$ c) $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)$ d) $\mathcal{P}(A) \Delta \mathcal{P}(B)$

5. Begründen Sie folgende Aussagen.

- a) $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$ b) $A \subseteq B \iff \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$

6. Zeigen Sie die folgenden Gleichungen mit den Rechenregeln aus der Vorlesung. Geben Sie auch die zugehörigen Mengendiagramme an.

- a) $\overline{(A \cap B)} \cup B = \bar{A} \cup B$ d) $A \cup (B - C) = ((A \cup B) - C) \cup (A \cap C)$
b) $A \Delta (A \cap B) = A - B$ e) $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) = \emptyset$
c) $(A \cup B) - (A \Delta B) = A \cap B$ f) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$