Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Sommersemester 2017
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

9. Übungsblatt (29. Mai 2017)

Aufgabe 21: Direkte Ableitung von Funktionen

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen ohne Verwendung bekannter Ableitungsregeln direkt durch Anwendung der Definition, d. h. durch Berechnung von $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$!

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ für $x \neq 0$

b) $f(x) = \sqrt{x}$ für $x > 0$ (Hinweis: $x - a = \sqrt{x}^2 - \sqrt{a}^2$)

Aufgabe 22: Anwendung von Ableitungsregeln

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen!

a) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ für $x \neq -1$

b) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

c) $f(x) = \sin^2 x = (\sin x)^2$

d) $f(x) = \sin x^2 = \sin\left(x^2\right)$

e) $f(x) = \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

f) $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

g) $f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

Aufgabe 23: Quotientenregel

Beweisen Sie die Quotientenregel unter Verwendung folgender Regeln:

- Produktregel
- Kettenregel
- Die Ableitung von $\frac{1}{x}$ ist $-\frac{1}{x^2}$

Hinweis: Schreiben Sie $\frac{u(x)}{v(x)}$ als Produkt $u(x) \cdot \frac{1}{v(x)}$ und differenzieren Sie dieses mit Hilfe der genannten Regeln!

Aufgabe 24: Bestimmung von Extremwerten

Bestimmen Sie die lokalen Extrema folgender Funktionen:

a) $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x - 5$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 7$

Hinweise:

- Nach dem Satz von Fermat muss für ein lokales Extremum $f'(x) = 0$ gelten.
- Wenn dann $f''(x) > 0$ ist, handelt es sich um ein lokales Minimum, bei $f''(x) < 0$ um ein lokales Maximum.
- Eine Gleichung dritten Grades ohne konstantes Glied kann man durch Ausklammern von x auf eine Gleichung zweiten Grades reduzieren.