Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Wintersemester 2017/2018
Dr. Judith Fingerhuth

6. Übungsblatt (17. November 2017)

Aufgabe 16: Warm up

a) Absolute Konvergenz bei positiven Reihen

- Nennen Sie eine konvergente positive Reihe!
- Warum ist eine positive Reihe, die konvergent ist, automatisch absolut konvergent?

b) Vergleichskriterium:

Veranschaulichen Sie, was es heißt, eine Reihe mit der geometrischen Reihe für $q = \frac{1}{2}$ $(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k})$ zu vergleichen:

- Zeichnen Sie die ersten paar $\frac{1}{2^k}$ in ein Diagramm!
- Zeichnen Sie für $c = 3$ die zugehörigen $c \cdot \frac{1}{2^k}$ und auch $-c \cdot \frac{1}{2^k}$ hinzu!
- Zeichnen Sie nun die ersten paar Folgenglieder einer Folge (a_k) ein, für die gilt: $|a_k| \leq 3 \cdot \frac{1}{2^k}$ für fast alle k.
- Warum sollten Sie auch $-c \cdot \frac{1}{2^k}$ einzeichnen?

Aufgabe 17: Konvergenz von Reihen

Geben Sie für jede Reihe an, ob sie absolut konvergent, bedingt konvergent oder divergent ist und begründen Sie Ihre Aussage jeweils, indem Sie u. a. das verwendete Konvergenzkriterium nennen!

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\frac{k}{k+1}}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}$

Hinweis: Vergleich mit einer geometrischen Reihe, denn es gilt: $k! \geq 2^k$ für fast alle $k \in \mathbb{N}$.
(Zeigen Sie dies durch vollständige Induktion!)

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{(k+1)!}$

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k}$

f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)!}{5^{k+1}}$

g) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2}$