Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Wintersemester 2017/2018
Dr. Judith Fingerhuth

5. Übungsblatt (10. November 2017)

Aufgabe 14: Rechenregeln für Reihen

Beweisen Sie die folgenden Aussagen, indem sie jede Reihe gemäß Definition durch den entsprechenden Grenzwert ersetzen und dann bekannte Rechenregeln für Summen und Grenzwerte anwenden!

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} c\, a_k = c \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ (sofern eine der beiden Reihen existiert)

b) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ (sofern eine der beiden Reihen existiert)

c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{q}{1-q}$ für $|q| < 1$
(Dies kann entweder direkt mit der Definition einer Reihe unter Verwendung der Übungsaufgabe „Geometrische Summe“ gezeigt werden oder mit Hilfe von Teil b und der Aussage $\sum\limits_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$ aus der Vorlesung.)

Aufgabe 15: Reihen

a) Nennen Sie zwei bekannte, wichtige Reihen!
Konvergieren diese, bzw. was muss gelten, damit sie konvergieren?

b) Nennen/erfinden Sie eine alternierende Reihe $\sum\limits_{k} a_k$!

Berechnen Sie die ersten vier Glieder der zugehörigen Folge (a_k): $a_1 = \ldots$, $a_2 = \ldots$ etc.

Berechnen Sie die ersten vier Partialsummen der Reihe: $\sum\limits_{k=1}^{1} a_k = a_1 = \ldots$, $\sum\limits_{k=1}^{2} a_k = a_1 + a_2 = \ldots$ etc.

c) Betrachten Sie die Folge (a_k) mit $a_0 = 3$, $a_1 = 1$ und $a_k = 0$ für $k \geq 2$.

- Konvergiert die zugehörige Reihe $\sum\limits_{k=k_0}^{\infty} a_k$?
- Was ist der Wert der Reihe, wenn Sie die Summation bei $k_0 = 0$ beginnen?
- Was ist der Wert der Reihe, wenn Sie die Summation bei $k_0 = 1$ beginnen?
- Was ist der Wert der Reihe, wenn Sie die Summation bei $k_0 = 2$ beginnen?
- Was ist der Wert der Reihe, wenn Sie die Summation bei $k_0 = 10$ beginnen?
- Was kann also mit dem Wert einer Reihe passieren, wenn Sie die Summation bei einem anderen k_0 starten?