



## Analysis

Vorlesung im Sommersemester 2018  
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

### 5. Übungsblatt (30. April 2018)

#### Aufgabe 14: Rechenregeln für Reihen

Beweisen Sie die folgenden Aussagen, indem Sie jede Reihe gemäß Definition durch den entsprechenden Grenzwert ersetzen und dann bekannte Rechenregeln für Summen und Grenzwerte anwenden!

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} c a_k = c \sum_{k=1}^{\infty} a_k$  (sofern eine der beiden Reihen existiert)

b)  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k$  (sofern eine der beiden Reihen existiert)

c)  $\sum_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{q}{1-q}$  für  $|q| < 1$

(Dies kann entweder direkt mit der Definition einer Reihe unter Verwendung der Übungsaufgabe „Geometrische Summe“ gezeigt werden oder mit Hilfe von Teil b und der Aussage  $\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$  aus der Vorlesung.)

#### Aufgabe 15: Periodische Dezimalbrüche

a) Der periodische Dezimalbruch  $0.\bar{3}$  kann als Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{10^k} = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$  aufgefasst werden. Berechnen Sie den Wert dieser Reihe als gewöhnlichen Bruch!

b) Berechnen Sie auf die gleiche Art  $0.\overline{09}$  und überprüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie den resultierenden Bruch mittels Division wieder in einen periodischen Dezimalbruch umwandeln!