



Analysis

Vorlesung im Sommersemester 2017
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

5. Übungsblatt (20. April 2017)

Aufgabe 13: Rechenregeln für Reihen

Beweisen Sie die folgenden Aussagen, indem sie jede Reihe gemäß Definition durch den entsprechenden Grenzwert ersetzen und dann bekannte Rechenregeln für Summen und Grenzwerte anwenden!

a) $\sum_{k=1}^{\infty} c a_k = c \sum_{k=1}^{\infty} a_k$ (sofern eine der beiden Reihen existiert)

b) $\sum_{k=0}^{\infty} a_k = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k$ (sofern eine der beiden Reihen existiert)

c) $\sum_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{q}{1-q}$ für $|q| < 1$

(Dies kann entweder direkt mit der Definition einer Reihe unter Verwendung der Übungsaufgabe „Geometrische Summe“ gezeigt werden oder mit Hilfe von Teil b und der Aussage $\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$ aus der Vorlesung.)

Aufgabe 14: Periodische Dezimalbrüche

a) Der periodische Dezimalbruch $0.\bar{3}$ kann als Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{10^k} = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$ aufgefasst werden. Berechnen Sie den Wert dieser Reihe als gewöhnlichen Bruch!

b) Berechnen Sie auf die gleiche Art $0.\overline{09}$ und überprüfen Sie Ihr Ergebnis, indem Sie den resultierenden Bruch mittels Division wieder in einen periodischen Dezimalbruch umwandeln!