Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Wintersemester 2017/2018
Dr. Judith Fingerhuth

3. Übungsblatt (27. Oktober 2017)

Aufgabe 8: Monotone und beschränkte Folgen

b) Die Folge (b_n) sei definiert durch $b_1 = 3$ und $b_{n+1} = \frac{3\,b_n - 4}{5}$ für $n \in \mathbb{N}$.

1. Bestimmen Sie den Grenzwert b der Folge wiederum durch Einsetzen und Auflösen, unter der (noch zu beweisenden) Annahme, dass er existiert!
2. Zeigen Sie dann analog zu Teilaufgabe a, dass die Folge durch diesen Grenzwert beschränkt und geeignet monoton ist (woraus nachträglich mit dem o. g. Satz folgt, dass der Grenzwert tatsächlich existiert)!

c) Die Folge (c_n) sei definiert durch $c_1 = 2$ und $c_{n+1} = \frac{4 + 6\,c_n}{3}$ für $n \in \mathbb{N}$.

1. Wie lautet der durch Einsetzen und Auflösen ermittelte „vermeintliche" Grenzwert?
2. Welchen (eigentlichen oder uneigentlichen) Grenzwert besitzt die Folge tatsächlich?
3. Beweisen Sie dies, indem Sie durch vollständige Induktion zeigen, dass $c_n \geq n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt!
4. Warum liefert die „Einsetzmethode" hier einen falschen Grenzwert?

Aufgabe 9: Geometrische Summe

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion für $n \in \mathbb{N}_0$ und $q \neq 1$: $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$.

b) Berechnen Sie damit folgende Summe:
Wenn man auf das erste Feld eines Schachbretts 1 Reiskorn legt, auf das zweite Feld 2, auf das dritte Feld 4, auf das vierte Feld 8 usw., wieviele Reiskörner bräuchte man insgesamt?

Aufgabe 10: Wurzelberechnungen

Berechnen Sie mit Hilfe eines Taschenrechners – unter ausschließlicher Verwendung der vier Grundrechenarten – einige Dezimalstellen von $\sqrt{7}$, und zwar

a) durch fortgesetzte Intervallhalbierung (mit Anfangsintervall $[0, 8]$);

b) durch Anwendung des Heron-Verfahrens!

Welches Verfahren konvergiert schneller?