Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Sommersemester 2018
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

2. Übungsblatt (9. April 2018)

Aufgabe 4: Geometrische Summe

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion für $n \in \mathbb{N}_0$ und $q \neq 1$: $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$.

b) Berechnen Sie damit folgende Summe:
Wenn man auf das erste Feld eines Schachbretts 1 Reiskorn legt, auf das zweite Feld 2, auf das dritte Feld 4, auf das vierte Feld 8 usw., wieviele Reiskörner bräuchte man insgesamt?

Aufgabe 5: Konvergenz und Divergenz

Geben Sie für jede der unten genannten Folgen an, ob sie konvergent, bestimmt divergent oder unbestimmt divergent ist, und nennen Sie ggf. den (eigentlichen oder uneigentlichen) Grenzwert!

a) $a_n = 2^n$

b) $a_n = 2^{-n} = \frac{1}{2^n}$

c) $a_n = -2^n = -(2^n)$

d) $a_n = -2^{-n} = -\frac{1}{2^n}$

e) $a_n = (-2)^n$

f) $a_n = (-2)^{-n} = \frac{1}{(-2)^n}$

Aufgabe 6: Folgen mit bestimmten (Konvergenz-)Eigenschaften

Geben Sie jeweils eine Folge an, die die genannten Eigenschaften besitzt, sofern dies möglich ist!

a) geometrisch, streng monoton fallend, konvergent

b) geometrisch, streng monoton fallend, bestimmt divergent

c) alternierend, konvergent

d) alternierend, unbestimmt divergent

e) alternierend, bestimmt divergent

Aufgabe 7: Grenzwertbeweise

Nennen Sie für jede der unten genannten Folgen ihren Grenzwert und beweisen Sie Ihre Aussage direkt mit Hilfe der Grenzwertdefinition, indem Sie zu einem beliebig vorgegebenen $\varepsilon > 0$ das zugehörige $N(\varepsilon) > 0$ angeben, sodass gilt: $|a_n - a| < \varepsilon$ für $n > N(\varepsilon)$.

a) $a_n = \frac{5n-4}{3n+2}$

b) $a_n = \frac{3n+2}{5n-4}$

c) $a_n = \frac{4n^2+1}{-7n^2-5}$

d) Beweisen Sie, dass der Grenzwert der Folge $a_n = \frac{3n+2}{5n-4}$ *nicht* $a = \frac{5}{3}$ ist, indem Sie zeigen, dass $|a_n - a|$ in diesem Fall für große n immer *größer* als ein bestimmter positiver Wert ist und daher nicht kleiner als ein beliebig vorgegebenes $\varepsilon > 0$ sein kann!