

Analysis

Vorlesung im Sommersemester 2017
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

11. Übungsblatt (22. Juni 2017)

Aufgabe 28: Partielle Integration

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe partieller Integration!

(Wenden Sie bei Teilaufgabe d nach der partiellen Integration den „trigonometrischen Pythagoras“ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ an!)

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis bei den unbestimmten Integralen jeweils durch Differenzieren der ermittelten Stammfunktion!

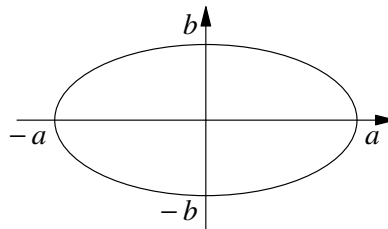
a) $\int x \ln x \, dx$ b) $\int_0^1 x e^x \, dx$ c) $\int \frac{x^2}{e^x} \, dx$ d) $\int \cos^2 x \, dx$

Aufgabe 29: Integration durch Substitution

a) Zeigen Sie: $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$

Bestimmen Sie damit das unbestimmte Integral $\int \frac{1}{1+x^2} \, dx$ mit Hilfe der Substitution $x = \varphi(t) = \tan t$ (d. h. $t = \varphi^{-1}(x) = \arctan x$)!

b) Für die Punkte (x, y) einer Ellipse mit den Halbachsen a und b und Mittelpunkt $(0, 0)$ gilt: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.



Lösen Sie diese Gleichung nach y auf!

Berechnen Sie dann die Fläche der halben Ellipse oberhalb der x -Achse als Integral $\int_{-a}^a b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \, dx$ mit Hilfe der Substitution $x = \varphi(t) = a \sin t$!