Hochschule Aalen
Fakultät Elektronik und Informatik
Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Wintersemester 2017/2018
Dr. Judith Fingerhuth

1. Übungsblatt (13. Oktober 2017)

Aufgabe 1: Eigenschaften von Folgen

Versuchen Sie, für jede der unten genannten Folgen ihr Bildungsgesetz zu erkennen und zu formulieren, und geben Sie damit die nächsten vier Folgenglieder an! Geben Sie außerdem an, welche der in Definition 1 genannten Eigenschaften jede Folge besitzt!

a) $1, 3, 5, 7, \ldots$

b) $1, -2, 4, -8, \ldots$

c) $1, 1, 1, 1, \ldots$

d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \ldots$

e) $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots$

f) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$

g) $1, 1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, \ldots$

Aufgabe 2: Folgen mit bestimmten Eigenschaften

Geben Sie jeweils eine Folge an, die die genannten Eigenschaften besitzt, sofern dies möglich ist!
Geben sie außerdem das Konvergenzverhalten der Folge an!

a) geometrisch, streng monoton wachsend

b) geometrisch, streng monoton fallend

c) arithmetisch, alternierend

d) arithmetisch, nach oben beschränkt

e) arithmetisch, beschränkt

Aufgabe 3: Grenzwertbeweise

Nennen Sie für jede der unten genannten Folgen ihren Grenzwert und beweisen Sie Ihre Aussage direkt mit Hilfe der Grenzwertdefinition, indem Sie zu einem beliebig vorgegebenen $\varepsilon > 0$ das zugehörige $N(\varepsilon) > 0$ angeben, sodass gilt: $|a_n - a| < \varepsilon$ für $n > N(\varepsilon)$.

a) $a_n = \frac{5n - 4}{3n + 2}$

b) $a_n = \frac{3n + 2}{5n - 4}$

c) $a_n = \frac{4n^2 + 1}{-7n^2 - 5}$

d) Beweisen Sie, dass der Grenzwert der Folge $a_n = \frac{3n + 2}{5n - 4}$ *nicht* $a = \frac{5}{3}$ ist, indem Sie zeigen, dass $|a_n - a|$ in diesem Fall für große n immer *größer* als ein bestimmter positiver Wert ist und daher nicht kleiner als ein beliebig vorgegebenes $\varepsilon > 0$ sein kann!

Aufgabe 4: Dreiecksungleichung

Beweisen Sie die folgende verallgemeinerte Dreiecksungleichung mittels vollständiger Induktion unter Verwendung der elementaren Dreiecksungleichung: $\left| \sum_{k=1}^{n} a_k \right| \leq \sum_{k=1}^{n} |a_k|$ für $n \in \mathbb{N}$ und $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$.