

Name _____

Martikeldnummer _____

Gruppe **B**

HTW Aalen, Studiengang Informatik

Analysis

Vorlesung im Wintersemester 2017/18
Dr. Judith Fingerhuth

Zwischenklausur am 30.11.2017

Hinweise

- Beschriften Sie auch jedes Ihrer Blätter oben mit Name, Martikeldnummer und Gruppe A/B.
- Beantworten Sie Aufgabe 1 auf der Rückseite dieses Blattes, die übrigen Aufgaben auf separaten Blättern.
- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Nummerieren Sie abschließend Ihre Blätter durch.

- Bitte legen Sie Ihren Studentenausweis bereit.
- Es sind keinerlei Hilfsmittel zugelassen.
- Schreiben Sie nicht mit Rotstift oder Bleistift.
- Jeder Täuschungsversuch führt zum Verlust der Prüfungszulassung für dieses Semester.

1	2	3	4	5	Summe
9	9	12	15	15	60

Aufgabe 1

Betrachten Sie die drei Folgen, deren Folgenglieder für alle $n \in \mathbb{N}$ durch die Vorschrift in der Tabelle angegeben sind.

Geben Sie an, welche der aufgeführten Eigenschaften die Folgen besitzen, indem Sie die entsprechenden Felder in der Tabelle ankreuzen. Geben Sie zudem an, welches Konvergenzverhalten die Folge hat (konvergent, bestimmt divergent oder unbestimmt divergent) und den Grenzwert, sofern dieser existiert.

	nach oben be- schränkt	nach unten be- schränkt	alter- nierend	geo- metrisch	arith- metisch	monoton wach- send	monoton fallend	Kon- vergenz- ver- halten	Grenz- wert
$\frac{3^n}{5^n}$									
$7n - 2n^2$									
$(n \bmod 2) \cdot \frac{1}{2^n}$									

Aufgabe 2

Geben Sie jeweils ein Beispiel für eine Folge, die die folgenden Eigenschaften besitzt:

- geometrisch, monoton fallend, konvergent
- arithmetisch, nach oben beschränkt, bestimmt divergent
- alternierend, unbeschränkt, divergent

Aufgabe 3

Wie lautet der Grenzwert der Folge (a_n) mit $a_n = \frac{3n^2 + 2}{4n^2 + 2}$ für $n \in \mathbb{N}$?

Beweisen Sie Ihre Aussage direkt mit Hilfe der Grenzwertdefinition.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Reihe (a_n) mit $a_1 = -3$ und $a_{n+1} = \frac{5a_n - 4}{7}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Zeigen Sie, dass (a_n) konvergiert und geben Sie den Grenzwert an. Zeigen Sie dazu:

- (a_n) ist beschränkt durch -2 .
- (a_n) ist monoton.
- Ziehen Sie daraus den richtigen Schluss und bestimmen Sie den Grenzwert der Folge.

Aufgabe 5

Geben Sie für die folgenden Reihen an, ob sie absolut konvergent, bedingt konvergent oder divergent sind. Begründen Sie, warum.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k}{7k+1}$

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{5k-3}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^4}{3^k}$

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{7^k+9}$