



## Algorithmen und Datenstrukturen 2

Vorlesung im Sommersemester 2017  
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

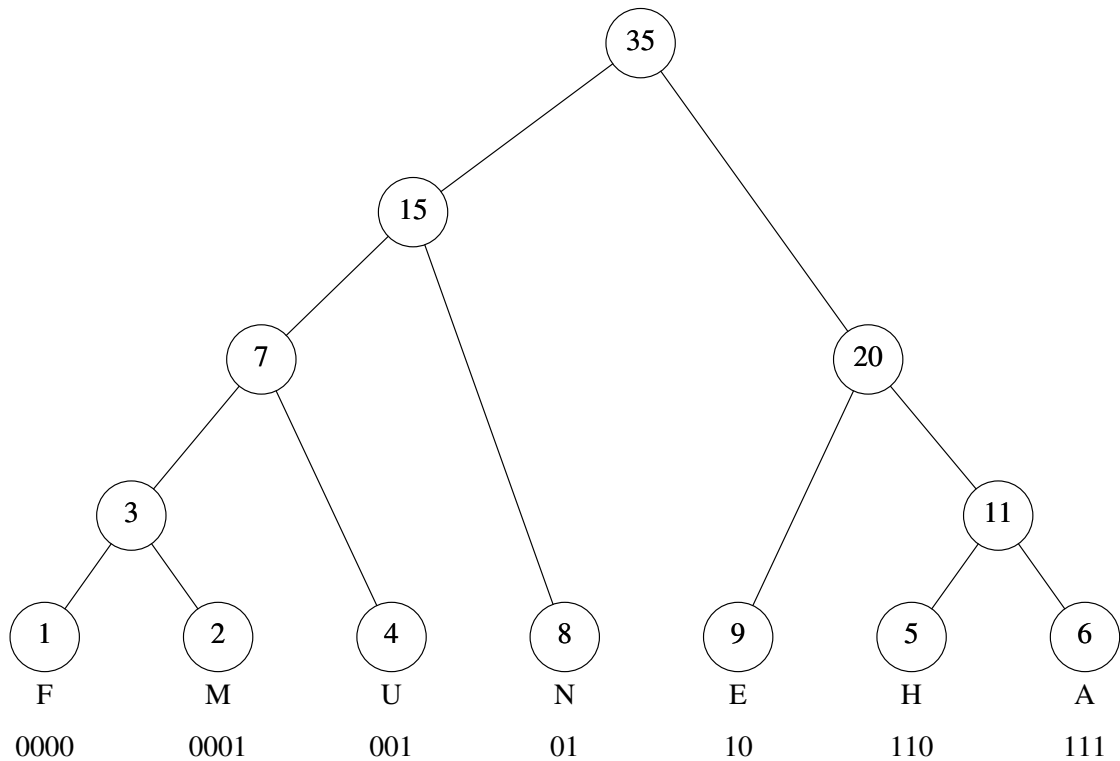
### 3. Übungsblatt (11. Mai 2017)

#### Aufgabe 8: Huffman-Kodierung

Gegeben sei das Alphabet  $\Sigma = \{ A, E, F, H, M, N, U \}$  mit folgenden Häufigkeiten:

Zeichen	Häufigkeit
A	6
E	9
F	1
H	5
M	2
N	8
U	4

- a) Bestimmen Sie einen optimalen Präfixcode und zeichnen Sie den resultierenden Codebaum!  
Damit dieser eindeutig ist, soll die (kumulierte) Häufigkeit des linken Nachfolgers eines Knotens immer kleiner sein als die seines rechten Nachfolgers. Außerdem soll das Kodewort des linken Nachfolgers immer durch Anhängen von 0 an das Kodewort des Knotens entstehen.



b) Kodieren Sie mit diesem Code das Wort HUFFMAN!

11000100000000000111101

c) Dekodieren Sie mit diesem Code die Bitfolge 111001000001111110000110!

AUFNAHME

d) Wieviele Bits werden zur Kodierung eines Zeichens (durchschnittlich) benötigt, wenn man

- einen Code mit möglichst kleiner fester Länge
- den obigen optimalen Präfixcode variabler Länge

verwendet?

• Da es 7 verschiedene Zeichen gibt, braucht man bei einem Code fester Länge für jedes Zeichen  $\lceil \log_2 7 \rceil = 3$  Bits.

• Beim obigen Präfixcode braucht man für ein Zeichen im Durchschnitt

$$\frac{1}{35} (4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6) = \frac{91}{35} = 2.6 \text{ Bits.}$$

## Aufgabe 9: Stabile Ehen

Gegeben seien folgende Präferenzlisten:

Anton	Christian	Emil	Gustav
1. Doris 2. Berta 3. Frieda 4. Hanna	1. Frieda 2. Doris 3. Berta 4. Hanna	1. Frieda 2. Doris 3. Berta 4. Hanna	1. Frieda 2. Hanna 3. Berta 4. Doris

Berta	Doris	Frieda	Hanna
1. Emil 2. Christian 3. Gustav 4. Anton	1. Christian 2. Emil 3. Gustav 4. Anton	1. Christian 2. Gustav 3. Anton 4. Emil	1. Christian 2. Anton 3. Emil 4. Gustav

- a) Überprüfen Sie, ob die Zuordnung  $\{ (Anton, Berta), (Christian, Doris), (Emil, Frieda), (Gustav, Hanna) \}$  stabil ist!

Ermitteln Sie ggf. alle Paare  $(M, F)$ , die eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung darstellen!



- Anton bevorzugt zwar Doris gegenüber seiner Frau Berta, aber Doris bevorzugt nicht Anton gegenüber ihrem Mann Christian.
- Christian bevorzugt Frieda gegenüber seiner Frau Doris, und Frieda bevorzugt Christian gegenüber ihrem Mann Emil, d. h. Christian und Frieda stellen eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung dar.
- Emil bevorzugt keine andere Frau gegenüber seiner Frau Frieda.
- Gustav bevorzugt Frieda gegenüber seiner Frau Hanna, und Frieda bevorzugt Gustav gegenüber ihrem Mann Emil, d. h. Gustav und Frieda stellen ebenfalls eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung dar.
- Also ist die Zuordnung nicht stabil.



- b) Ermitteln Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus die Zuordnungen bei Herren- und Damenwahl und protokollieren Sie den Ablauf jeweils in geeigneter Form!

Von den Männern bzw. Frauen, die noch oder wieder solo sind, soll jeweils diejenige Person den nächsten Schritt tun, die als erstes im Alphabet kommt.



Herrenwahl

- Anton fragt Doris und wird akzeptiert
- Christian fragt Frieda und wird akzeptiert
- Emil fragt Frieda und wird wegen Christian abgewiesen
- Emil fragt Doris und wird gegenüber Anton bevorzugt
- Anton fragt Berta und wird akzeptiert

- Gustav fragt Frieda und wird wegen Christian abgewiesen
- Gustav fragt Hanna und wird akzeptiert

Damit lautet die Zuordnung: { (Anton, Berta), (Christian, Frieda), (Emil, Doris), (Gustav, Hanna) }

c) Damenwahl

- Berta fragt Emil und wird akzeptiert
- Doris fragt Christian und wird akzeptiert
- Frieda fragt Christian und wird gegenüber Doris bevorzugt
- Doris fragt Emil und wird gegenüber Berta bevorzugt
- Berta fragt Christian und wird wegen Frieda abgewiesen
- Berta fragt Gustav und wird akzeptiert
- Hanna fragt Christian und wird wegen Frieda abgewiesen
- Hanna fragt Anton und wird akzeptiert

Damit lautet die Zuordnung: { (Anton, Hanna), (Christian, Frieda), (Emil, Doris), (Gustav, Berta) }



d) Geben Sie für jede der acht Personen ihren bestmöglichen und ihren schlechtestmöglichen Partner bei einer stabilen Zuordnung an!



- Bei Herrenwahl bekommt jeder Mann die bestmögliche Frau und jede Frau den schlechtestmöglichen Mann.
- Bei Damenwahl bekommt jede Frau den bestmöglichen Mann und jeder Mann die schlechtestmögliche Frau.

Daraus folgt:

Person	best-möglicher Partner	schlechtestmöglicher Partner
Anton	Berta	Hanna
Berta	Gustav	Anton
Christian	Frieda	Frieda
Doris	Emil	Emil
Emil	Doris	Doris
Frieda	Christian	Christian
Gustav	Hanna	Berta
Hanna	Anton	Gustav

