



Algorithmen und Datenstrukturen 2

Vorlesung im Sommersemester 2017
Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

1. Übungsblatt (27. März 2017)

Aufgabe 1: Multiplikationsmethode

Gegeben sei eine Streuwerttabelle der Größe $N = 2^{12}$. Für die Einschränkung des Wertebereichs der Streuwerte soll die Multiplikationsmethode mit $A = \frac{\pi-2}{3}$ verwendet werden.

Berechnen Sie zu den Streuwerten 1000 und 2500 die zugehörigen Indizes sowohl mit Gleitkomma-Arithmetik als auch mit 16-Bit-Ganzzahlarithmetik!

Aufgabe 2: Verkettung und offene Adressierung

Gegeben sei jeweils eine Streuwerttabelle einer bestimmten Größe N .

Fügen Sie in diese Tabelle der Reihe nach Objekte mit den Schlüsselwerten 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88 und 59 ein!

Kollisionen sollen wie folgt behandelt werden:

- Verkettung mit $N = 11$ und $h(x) = x \bmod 11$
- Offene Adressierung mit linearer Sondierung, $N = 11$ und $s_j(x) = (x + j) \bmod 11$
- Offene Adressierung mit quadratischer Sondierung, $N = 16$ und $s_j(x) = \left(x + \frac{j+j^2}{2}\right) \bmod 16$
- Offene Adressierung mit doppelter Streuung, $N = 11$, $h_1(x) = x$, $h_2(x) = x \bmod 10 + 1$ und $s_j(x) = (h_1(x) + j h_2(x)) \bmod 11$

Aufgabe 3: Abschätzung

Beweisen Sie für $0 \leq k \leq m < N$ die Ungleichung $\frac{m-k}{N-k} \leq \frac{m}{N}$, die bei der Laufzeitanalyse der erfolglosen Suche bei offener Adressierung benötigt wird!

Aufgabe 4: Laufzeitanalyse

Gegeben sei eine Streuwerttabelle der Größe N mit Verkettung, die $m = 3$ Elemente enthält.

- a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, die drei Elemente auf die N Plätze zu verteilen?
- b) Bei wievielen dieser Möglichkeiten befinden sich alle drei Elemente am gleichen Platz?
- c) Bei wievielen Möglichkeiten befinden sich die Elemente an drei unterschiedlichen Plätzen?
- d) Bei wievielen Möglichkeiten befinden sich die Elemente an zwei verschiedenen Plätzen (d. h. ein Platz enthält ein Element und ein anderer zwei)?
- e) Ermitteln Sie für jede dieser prinzipiellen Verteilungsmöglichkeiten und für jedes der drei Objekte die Anzahl der Objektvergleiche, die bei einer Suche nach diesem Objekt ausgeführt werden!
Ermitteln Sie daraus für jede Verteilungsmöglichkeit die durchschnittliche Anzahl der Objektvergleiche bei der Suche nach irgendeinem der drei Objekte!
- f) Ermitteln Sie die durchschnittliche Anzahl der Objektvergleiche bei der Suche nach irgendeinem der drei Objekte bei irgendeiner Verteilung!
- g) Stimmt Ihr Ergebnis mit der in der Vorlesung ermittelten allgemeinen Formel $1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2N}$ überein?